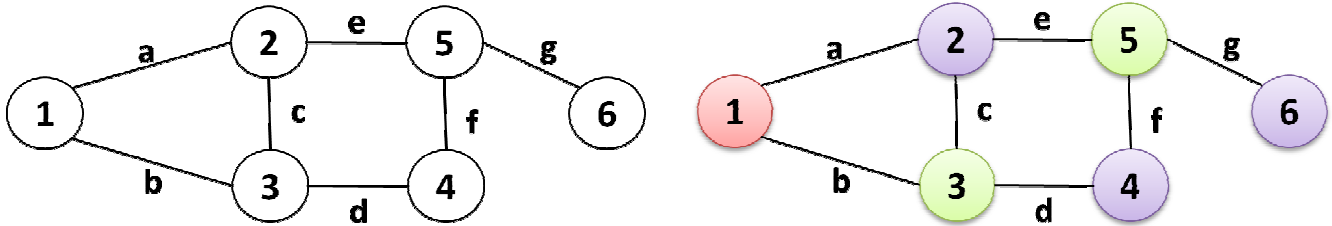


Kolorowanie wierzchołków (o) – przykład 1

Pokoloruj graf przedstawiony na rysunku



Procedura pokolorowania wierzchołków grafu

1. Wyznaczenie wszystkich maksymalnych zbiorów wewnętrznie stabilnych (baz minimalnych)

$x^{(n)}$ - wektor określający jednoznacznie zbiór wierzchołków, $A_B(G) = [a_{ij}]_{\bar{W} \times \bar{U}}$ – binarna macierz incydencji

$$f_G(x^{(n)}) = \prod_{j=1}^{\bar{U}} \sum_{i=1}^{\bar{W}=n} a_{ij} x_i$$

= 1 → incydencja gałęzi j
= 1 → incydencja wszystkich gałęzi → wektor $x^{(n)}$ określa bazę

$$A_B(G) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} f_G(x^6) = (x_1 + x_2) \underbrace{(x_1 + x_3)(x_2 + x_3)(x_3 + x_4)}_{(x_3 + x_1 x_2 x_4)} \underbrace{(x_2 + x_5)(x_4 + x_5)(x_5 + x_6)}_{(x_5 + x_2 x_4 x_6)} =$$

$$= (x_1 + x_2)(x_3 + x_1 x_2 x_4)(x_5 + x_2 x_4 x_6) = x_1 x_3 x_5 + \frac{x_1 x_2 x_3 x_4 x_6}{\text{nie jest to baza minimalna}} + x_1 x_2 x_4 x_5 + x_1 x_2 x_4 x_6 +$$

$$x_2 x_3 x_5 + x_2 x_3 x_4 x_6 + \frac{x_1 x_2 x_4 x_5 + x_1 x_2 x_4 x_6}{\text{powtarzają się}}$$

Bazy minimalne: $B_1 = \{1, 3, 5\}$ $B_2 = \{2, 3, 5\}$ $B_3 = \{2, 3, 4, 6\}$ $B_4 = \{1, 2, 4, 5\}$ $B_5 = \{1, 2, 4, 6\}$

Maksymalne zbiory wewnętrznie stabilne: $W_1 = \{2, 4, 6\}$ $W_2 = \{1, 4, 6\}$ $W_3 = \{1, 5\}$ $W_4 = \{3, 6\}$ $W_5 = \{3, 5\}$

2. Wyznaczenie najmniej licznego pokrycia

$v^{(K)}$ - wektor określający jednoznacznie zbiór wierzchołków, $[b_{ij}]_{\bar{W} \times K}$ - macierz „pokrycia” wierzchołków

$$f_G(v^{(K)}) = \prod_{i=1}^{\bar{W}=n} \sum_{j=1}^K b_{ij} v_j$$

= 1 → pokrycie wierzchołka i
= 1 → pokrycie wszystkich wierzchołków → wektor $v^{(K)}$ określa pokrycie

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} f_G(v^5) = (v_2 + v_3)v_1(v_4 + v_5)(v_1 + v_2)(v_3 + v_5)(v_1 + v_2 + v_4) =$$

$$= (v_2 + v_3)v_1(v_5 + v_3 v_4) = v_1 v_2 v_5 + v_1 v_2 v_3 v_4 + v_1 v_3 v_5 + v_1 v_3 v_4$$

Wybieramy najmniej liczne pokrycie (wektor): np. $v_1 v_2 v_5$

$$A_1 = W_{i1}, A_p = W_{ip} \setminus \bigcup_{j=1}^{p-1} A_j$$

$$A_1 = W_1 = \{2, 4, 6\}$$

$$A_2 = W_2 \setminus A_1 = \{1\}$$

$$A_3 = W_5 \setminus (A_1 \cup A_2) = \{3, 5\}$$